



(٤٠ درجة لكل تمرين)

أولاً: حل التمارين الأربعة الآتية:

١. أوجد نهاية كل من التابعين:

①. $f(x) = \frac{x}{2 + \sin x}$ عند $(+\infty)$

②. $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+2}$ عند $(+\infty)$

٢. C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \sqrt{x^2+2}$ ، و المطلوب:

أوجد معادلة المقارب المائل للخط C في جوار $(+\infty)$ و ادرس وضعه النسبي مع C .

٣. بفرض z عدد عقدي، و w عدد عقدي طويلته يساوي الواحد و هو مختلف عن الواحد، و المطلوب:

أثبت أن $u = \frac{w \cdot \bar{z} - z}{i \cdot w - i}$ عدد تخيلي بحت.

٤. التابع g معرف على المجال $[1, +\infty[$ وفق: $g(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ ، و المطلوب:

أوجد باستخدام تعريف العدد المشتق $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

(٦٠ درجة لكل سؤال)

ثانياً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول: C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \frac{2x^2 + |x|}{x^2 + 3}$

١. ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر.

٢. اكتب معادلة نصف المماس (من اليمين) للخط C عند النقطة $(0, f(0))$.

٣. بيّن هل يقبل C مستقيم مقارب مائل في جوار $(+\infty)$.

السؤال الثاني: $A B C D$ رباعي وجوه، G مركز ثقل المثلث $B C D$ ،

أوجد مجموعة النقاط M التي تحقق العلاقة: $\|\overrightarrow{M B} + \overrightarrow{M C} + \overrightarrow{M D}\| = \|\overrightarrow{3 M A} - \overrightarrow{M B} - \overrightarrow{M C} - \overrightarrow{M D}\|$

السؤال الثالث: أوجد الجذرين التربيعيين لـ $w = +1 + 2\sqrt{2}i$ ، ثم حل المعادلة:

$$z^2 + (1 + 2\sqrt{2}i)z - 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}i = 0$$

السؤال الرابع: ليكن لدينا العددين العقديين $z_1 = 1 + i$ ، و $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$ ، و المطلوب:

١. أوجد بالشكل الأسّي: z_1 ، z_2 ، $z_1 \cdot z_2$

٢. أوجد بالشكل الجبري: $z_1 \cdot z_2$

٣. استنتج $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ ، $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال \mathbb{R}^*

وفقاً: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x^2}$ ، و المطلوب:

- ① أثبت أن $\Delta: y = 2x - 1$ مقارب مائل للخط C .
- ② ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها، ودل على القيمة الصغرى محلياً، و اكتب معادلة أي مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .
- ③ بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد، و أثبت أنه ينتمي للمجال $]-1, 0[$.
- ④ ارسم كل مقارب وجدته، ثم ارسم C .

المسألة الثانية:

نتأمل في المعلم المتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط: $A(7, 1, 0), B(5, 0, 0), C(2, 0, 1), D(1, 1, 2)$
و المطلوب:

- ① أثبت انتماء النقاط الأربع إلى مستوي واحد P .
- ② تبين فيما إذا كانت النقطة $E(3, -1, 5)$ تنتمي إلى المستوي P .
- ③ بفرض $M(x, y, 1)$ نقطة من المستوي P ، أوجد العلاقة بين x, y .

❖ انتهت الأسئلة ❖